

Акустичні прилади та системи

УДК 539.3: 537.226.86: 534.1

DOI [10.20535/2312-1807.2017.22.4.93922](https://doi.org/10.20535/2312-1807.2017.22.4.93922)

Вимушені електропружні коливання п'єзокерамічних пластин і стрижнів із розділеними електродами.

Частина II: аналітичне і експериментальне визначення
коефіцієнтів зв'язку і компонентів повної провідності

Карлаш В. Л., д.т.н., OrcID [0000-0001-7491-1729](https://orcid.org/0000-0001-7491-1729)e-mail: karlashv@ukr.netБезверхий О. І., д.ф.-м.н., OrcID [0000-0002-0834-6335](https://orcid.org/0000-0002-0834-6335)e-mail: o_bezver@ukr.netЗінчук Л. П., к.ф.-м.н., OrcID [0000-0003-4615-9837](https://orcid.org/0000-0003-4615-9837)e-mail: zinchuk_imech@ukr.netІнститут механіки ім. С. П. Тимошенка НАН України
Київ, Україна

Реферат—Стаття присвячена аналізу вимушених коливань нерівномірно навантажених перетворювачів, таких як пластини та стрижні із товщиною поляризацією при одному або двох двосторонніх розрізах електродного покриття, тонкі диски й кругові кільця з суцільними й розділеними концентричними або діаметральними розрізами електродами, а також частково електродованих пластин. У другій частині наведені експериментальні дані для поздовжніх коливань стрижнів-пластин з розділеними або частковими електродами.

Експериментальні дані повністю узгоджуються з розрахунками.

Бібл. 15, рис. 6

Ключові слова — п'єзокерамічні пластини; розділені електроди; нерівномірне електричне навантаження; вхідний адмітанс.

I. Вступ

Елементи конструкцій із п'єзокераміки працюють подібно або ефективніше від електромагнітних аналогів і тому є дуже зручними для цілей мініатюризації. Використовуються п'єзоелементи у формі пластин, стрижнів, кільця як із суцільними, так і з розділеними електродами [1 – 3]. У першій частині цієї статті [4] зроблено короткий історичний огляд праць

й сформульовані основні співвідношення лінійної теорії електропружності для вимушених коливань п'єзоелектричних пластин і стрижнів із товщиною поляризацією при наявності розрізів електродного покриття або безелектродних ділянок поверхні. У другій частині статті проведено аналітичне і експериментальне визначення коефіцієнтів зв'язку і компонентів повної провідності для кількох резонаторів стрижневого типу.

Таблиця 1. Частоти і динамічні КЕМЗ моди $L1$

γ	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,7	0,75	0,8	0,9	1,0
x_{d1}	1,7453	1,7453	1,7452	1,7448	1,7437	1,7374	1,7344	1,7307	1,7209	1,7075
x_{r1}	1,7058	1,6704	1,6405	1,6165	1,5982	1,5771	1,5745	1,5727	1,5710	1,5708
k_{d1}^2	0,0453	0,0858	0,1199	0,1471	0,1669	0,1845	0,1844	0,1826	0,1742	0,1601
x_{d2}	1,6010	1,6313	1,6603	1,6862	1,7073	1,7290	1,7295	1,7283	1,7206	1,7075
x_{r2}	1,5708	1,5708	1,5708	1,5708	1,5708	1,5708	1,5708	1,5708	1,5708	1,5708
k_{d2}^2	0,0377	0,0741	0,1078	0,1369	0,1599	0,1823	0,1835	0,1823	0,1741	0,1601



Таблиця 2. Частоти і динамічні КЕМЗ моди $L3$

γ	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,7	0,75	0,8	0,9	1,0
x_{a1}	5,2359	5,2321	5,2105	5,1504	5,0488	4,8360	4,8025	4,7801	4,7633	4,7617
x_{r1}	5,1276	5,0721	5,0615	5,0557	5,0141	4,8318	4,7895	4,7558	4,7187	4,7124
k_{d1}^2	0,0414	0,0612	0,0572	0,0368	0,0137	0,0017	0,0054	0,0102	0,0187	0,0207
x_{a2}	4,7990	4,8593	4,8671	4,8230	4,7616	4,7141	4,7222	4,7342	4,7567	4,7617
	4,7124	4,7124	4,7124	4,7124	4,7124	4,7124	4,7124	4,7124	4,7124	4,7124
k_{d2}^2	0,0361	0,0605	0,0636	0,0459	0,0207	0,0007	0,0042	0,0092	0,0186	0,0207

Показано, зокрема, що розділенням електродів на кілька ділянок і неоднорідним навантаженням можна як „підсилувати” окремі обертони, так і „гасити” небажані резонанси, включаючи основну моду коливань.

II. Розрахунок динамічних КЕМЗ, компонентів повної провідності й напруженого стану п'єзокерамічних резонаторів стрижневого типу

Резонансні й антирезонансні частоти в залежності від співвідношення поздовжніх розмірів окремих ділянок перетворювачів визначалися чисельним способом за формулами (23) роботи [4]. Табл.1 і 2 ілюструють одержані результати для випадку частково електродованого гіпотетичного стрижня, коли пластина спершу вважалася повністю електродованою й поляризованою до насичення, а потім частина її електродного покриття біля торців з обох боків видалялася [5].

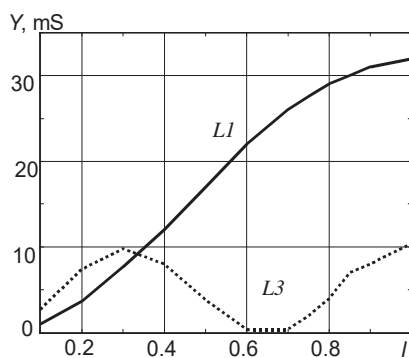
Розрахунки зроблені для статичного КЕМЗ $k_{31}^2 = 0,19$ при відповідному до нього відношенні хвильових чисел 0,9. Отримані частоти позначені в таблицях x_{a1} , x_{r1} . Символами x_{a2} , x_{r2} позначені частоти, які відповідають відношенню хвильових чисел рівному одиниці, як це зробили автори роботи [6]; котрі різниці швидкостей звуку в електродованих і неелектродованих ділянках до уваги не брали.

Квадрати динамічних КЕМЗ визначалися за відомою формулою Мезона [1–3, 7–10]

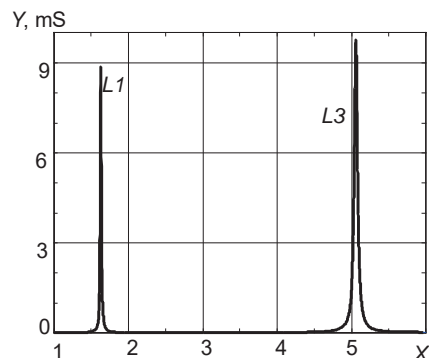
$$k_d^2 = \frac{f_a^2 - f_r^2}{f_a^2} \cong \frac{f_n^2 - f_m^2}{f_n^2} \cong \frac{2(f_n - f_m)}{f_n} \quad (1)$$

Із порівняння наведених у таблицях даних легко бачити, що результати сходяться у граничному випадку суцільних електродів ($\gamma = 1$) і розходяться тим дужче, чим меншою є електродна ділянка. Максимум квадрату динамічного КЕМЗ досягається на основному поздовжньому резонансі з урахуванням різних швидкостей звуку при $\gamma = 0,7$ (перевищує відповідну величину для стрижня із суцільними електродами в 1,152 рази), а без такого врахування при $\gamma = 0,75$ (зростання у 1,139 рази). Аналогічний результат отримав А. Т. Улітко енергетичним способом [11]. Максимум квадрату динамічного КЕМЗ на моді $L3$ досягається при $\gamma = 0,2$ у першому випадку (збільшення проти суцільних електродів у 2,96 рази) і $\gamma = 0,3$ у другому (зростання у 3,07 рази).

Адмітанс стрижня з розмірами $100 \times 10 \times 1$ мм, аналогічного до розглянутого в [12], розраховувався для мод $L1$ і $L3$ (рис.1) з використанням формул (11) – (14), (23) праці [4] при заданих величинах $\varepsilon_{33m} = 0,01$, $\lambda = 0,9$, $\gamma = 0,1 \div 0,999$, $s_{11m} = 0,01$, $d_{31m} = 0,01$, $a = 1,31$ мС, $k_{31}^2 = 0,19$. АЧХ адмітансу побудована для $\gamma = 0,33$. Обидва графіки добре узгоджуються між собою – моди $L1$ і $L3$ при такій геометрії електродного покриття практично рівноцінні.



а



б

Рис. 1 Залежність адмітансу стрижня $100 \times 10 \times 1$ мм від розміру електродної ділянки (а) та від частоти (б)

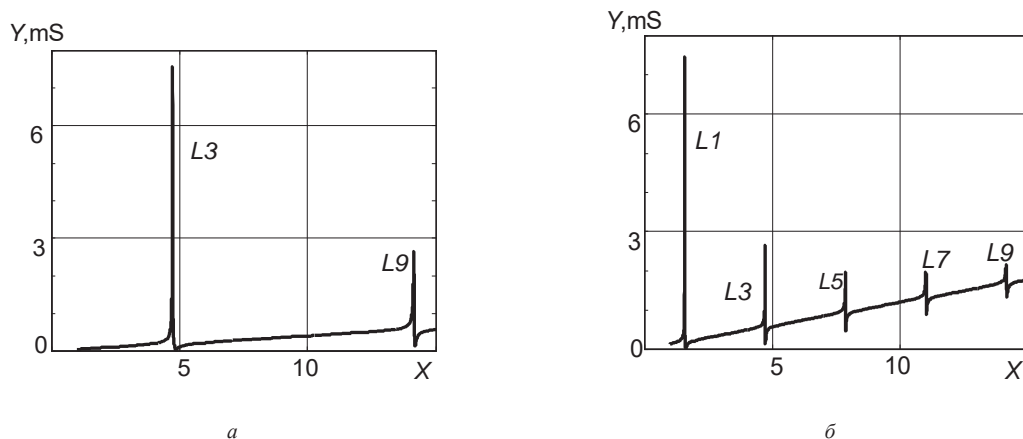


Рис. 2 АЧХ протифазного стрижня-призми $70,3 \times 8,1 \times 6,8 / 7,3$ мм із двома двобічними розрізами електродного покриття при $\gamma = 0,333$ (а) та $\gamma = 0,999$ (б) [5]

Адмітанс пластини-стрижня для випадку розділених з обох сторін на три ділянки електродів визначається за формулою

$$Y = \frac{I}{V_1} = -j\omega C_0^T \left\{ \gamma \left[1 - k_{31}^2 + \frac{k_{31}^2}{\gamma k} \frac{\Delta_1}{\Delta} \sin \gamma k \right] + (1 - \gamma) \left[(1 - k_{31}^2) \mu_2 + \frac{k_{31}^2}{(k - \gamma k)} \frac{\Delta_0}{\Delta} \right] \right\}, \quad (2)$$

отриманою із виразу (28) роботи [4] для повного струму. АЧХ адмітансу (рис.2) вираховані для призми $70,3 \times 8,1 \times 6,8 / 7,3$ мм із п'єзокераміки ЦТБС-3 з такими експериментально отриманими даними [5]: $\epsilon_{33m} = 0,0022$, $s_{11m} = 0,0016$, $d_{31m} = 0,003$, $a = 0,129$ мС, $k_{31}^2 = 0,074$.

Випадок нерівномірного електричного навантаження, коли існує усього дві двосторонні електродні ділянки, проаналізований у працях [13, 14], тому обмежимося лише порівнянням напруженого стану для кількох можливих режимів. При побудові графіків рис. 3 спершу розраховувалися АЧХ напружень

в діапазоні безрозмірних частот $1 \div 10$, а потім на частотах максимумів створювалися розподіли вздовж координати. По вертикалі відкладені амплітудні значення поздовжніх напружень σ^* нормовані по $d_{31} E_{xl}$. Коли електродні ділянки ще не були розділені, або з'єднані між собою як суцільні (рис.3, а) найсильнішою є перша поздовжня мода $L1$, тоді як мода $L3$ змінює знак механічних напружень на лініях, які є на відстані $1/3$ від обох торців. Для її виділення треба розділити електродне покриття на три рівні ділянки з обох боків і навантажувати їх протифазно. Саме до такого висновку прийшли автори праці [12] на основі енергетичного підходу.

Мода $L5$ чотири рази змінює знак механічних напружень на лініях, які є на відстані $1/5$ від обох торців та $1/10$ від центру. Для її виділення треба ділити електродне покриття на п'ять рівних ділянок. Ще одну цікаву особливість напруженого стану при суцільних електродах можна помітити на рис. 3, а – відношення максимумів мод $L1 - L5$ відповідає відношенню чисел $1:3:5$.

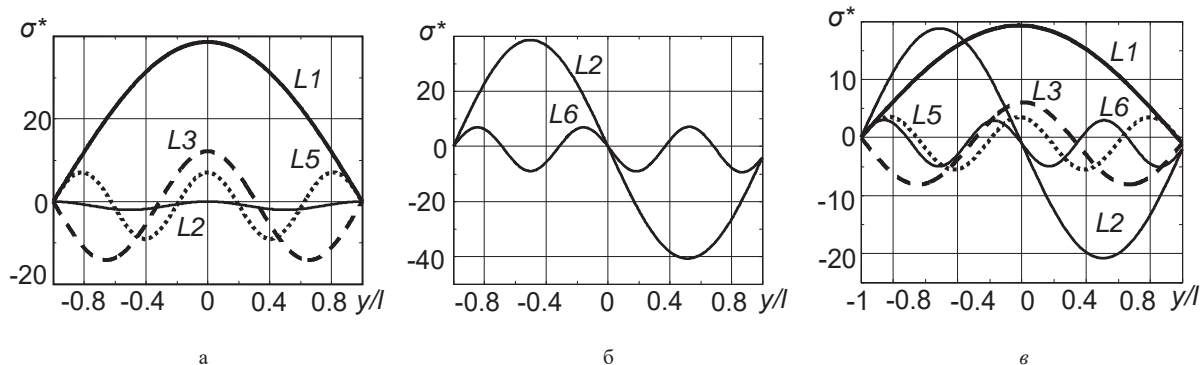


Рис. 3 Розраховані розподіли поздовжніх напружень стрижня-призми із одним двостороннім розрізом електродного покриття для суцільних (а), протифазних (б) і закорочених (в) електродів

ТАБЛИЦЯ 3. СТАТИЧНІ ЄМНОСТІ І ДІЕЛЕКТРИЧНІ ВТРАТИ ДОСЛІДНИХ ЗРАЗКІВ

Схема	1.1	2.1	2.2	2.3	3.1	3.2
C_0, pF	1296	1300	1443	780	1228	1570
$\text{tg } \delta$	0,0022	0,0026	0,0029	0,0031	0,0022	0,003

Протифазне з'єднання сусідніх електродів супроводжується придушенням непарних мод $L1, L3, L5$ тощо і виділенням першої парної моди $L2$, а також її обертонів $L6, L10$. Амплітуда напружень виділеної моди $L2$ досягає того ж рівня, що й напруження моди $L1$ до розділення (рис.3, б). Коротке замикання половини електродного покриття вносить настільки сильну неоднорідність навантаження, що стає можливим збудження як непарних, так і деяких парних мод, причому амплітуда мод $L1, L2$ стає однаковою (рис.3, в), проте вдвічі меншою, ніж у випадку суцільних електродів. Співвідношення максимумів мод $L1 - L5$, як чисел 1:3:5 зберігається. Моди $L4$ і тут немає. Щоб її отримати, треба розділити електродне покриття аж на чотири однакові ділянки і з'єднати їх протифазно.

III. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ВИМУШЕНИХ КОЛИВАНЬ П'ЄЗОКЕРАМІЧНИХ РЕЗОНАТОРІВ

Для експериментального визначення компонентів повної провідності в діапазоні частот була запропонована удосконалена схема Мезона [7 -10] з комутатором, яка дає можливість послідовно вимірювати спади напруг: на дослідному п'єзоелементі U_{pe} , увімкненому послідовно з ним резисторі навантаження U_R і на вході схеми вимірювання U_{in} . Спад електричної напруги на резисторі навантаження U_R пропорційний до струму, який протікає через досліджуваний п'єзоелемент. Величини вимірних напруг разом із відповідними до них частотами f і значення резистора навантаження R використовуються для чисельного визначення повної провідності Y_{pe} , її активної Y_{ac} і реактивної Y_{re} компоненти, миттєвої потужності P_{pe} , вхідного імпедансу Z_{pe} , фазового зсуву між струмом і напругами. Розрахунки ведуться за формулами [10]

$$Y_{pe} = \frac{I_{pe}}{U_{pe}} = \frac{U_R}{RU_{pe}}, Y_{ac} = Y_{pe} \cos \alpha, \quad (3)$$

$$Y_{re} = Y_{pe} \sin \alpha = Y_{pe} \sin(\arccos \alpha);$$

$$P_{pe} = U_{pe} I_{pe} = \frac{U_R U_{pe}}{R}, Z_{pe} = \frac{1}{Y_{pe}}, \quad (4)$$

$$\cos \alpha = \frac{U_{pe}^2 + U_R^2 - U_{in}^2}{2U_{pe} U_R}.$$

Тут: I_{pe} – електричний струм, який протікає через п'єзоелемент і його навантажувальний резистор R , α – кут між спадом напруги на п'єзоелементі U_{pe}

і струмом у ньому I_{pe} або, що те саме, між спадами напруг U_{pe} та U_R .

Дослідні зразки виготовлялися із шматків тонких дисків п'єзокерамік ЦТС – 19 та ЦТБС – 3 шляхом шліфування, або бралися готовими. До суцільних або розділених електродів припаювалися гнучкі багатожильні провідники завтовшки 0,5 мм при довжині до 50 мм. Спочатку мостом змінного струму Е8 – 4 на частоті 1000 Гц вимірювалися статичні ємності C_0 й тангенси діелектричних втрат $\text{tg } \delta = \epsilon_{33m}$. Отримані результати використовувалися в розрахунках. До виходу генератора ГЗ – 56/1, увімкненого на вихідний опір 50 Ом, приєднувався узгоджувальний подільник напруги [10] із двох резисторів 68 і 10 Омів. Послідовно з'єднані між собою досліджувані п'єзоелементи і резистори навантаження через комутатор приєднувалися паралельно до вихідного резистора подільника електричної напруги. Частота коливань визначалася електронним частотоміром ЧЗ – 38, а спади напруг реєструвалися цифровим вольтметром В2 – 27А/1 або електронним мілівольтметром В3 – 38.

Досліди велися в діапазоні частот 20 ÷ 200 кГц. Отримані за допомогою гострих твердосплавних інструментів розділені електродні ділянки або з'єднувалися певним чином між собою, або залишалися вільними. Методом п'єзотрансформаторного датчика [2] досліджувався напружений стан.

IV. АНАЛІЗ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ РЕЗУЛЬТАТІВ

Наведені нижче залежності отримані на трьох зразках у вигляді вузьких призм завдовжки 70,3 мм при ширині 8,1 мм із п'єзокераміки ЦТБС - 3 із трапецієподібним перетином і поляризацією по товщині. Вужча сторона трапеції мала розмір 6,8 мм, ширша – 7,3 мм. Площини 70,3 × 8,1 мм були вкриті тонкими суцільними срібними електродами. Хоча розміри призм були однаковими, проте вони трохи відрізнялися своїми властивостями. Насамперед, треба звернути увагу на статичні ємності і тангенси діелектричних втрат. Електродне покриття першої залишалось суцільним, у другій було зроблено один двосторонній розріз посередині, а в третій – два двосторонні розрізи на три однакові ділянки.

У табл.3 подані ємності і тангенси діелектричних втрат. Позначення у горішньому рядку 1.1, 2.1, 2.2, 2.3, 3.1 і 3.2 відповідно означають: перша призма суцільні електроди, друга призма суцільні, протифазні і закорочені електроди, третя призма суцільні та протифазні електроди.

Статичні ємності призм із суцільними електродами (схема 1.1) або при з'єднанні розділених електродів синфазно (схеми 2.1 і 3.1) відрізняються лише на 6%. Протифазне з'єднання із одним двостороннім

розрізом (схема 2.2) призводить до зростання вимірної ємності на 11%, а із двома розрізами (схема 3.2) – аж на 28%. При короткому замиканні половини електродного покриття (схема 2.3) вимірною ємністю не дорівнює половині від випадку суцільних електродів, як слід було чекати, а становить $780/1300 = 0,6$. Пояснення треба, мабуть, шукати в проявах „паразитних” ємностей, які виникають на границях розділення, оскільки ширина самих розділів сягає лише кілька сотих часток міліметра. Жодна теорія цього явища врахувати не може і ним доводиться нехтувати. Разом з тим, про наявність „паразитних” ємностей слід пам’ятати, щоб не взяти в розрахунках завищених величин статичної ємності.

Вимірні частоти максимумів та мінімумів адмітансу в кілогерцах, а також відповідні до них квадрати динамічних КЕМЗ для схем 1.1 – 3.2 подані в табл. 4. Символами $L2^*$ і $L6^*$ позначені слабенькі „супутники”, які з’являються при протифазних або закорочених електродах у схемах 2.2 і 2.3.

При зміні умов електричного навантаження змінюються також максимуми Y_m й мінімуми Y_n адмітансу, про що свідчать дані табл. 5, побудованої аналогічно до табл. 4. Порожні клітинки обох таблиць вказують на ту обставину, що відповідна мода в експерименті зареєстрована не була. Наведені також відношення $k^* = k_{di}^2 / k_{d0}^2$ квадратів динамічних КЕМЗ кожного зареєстрованого резонансу до відповідного параметра моди $L1$ при суцільних електродах.

У призмі із одним двостороннім розрізом електродного покриття вздовж її половини були виділені посередині 11 п’єзотрансформаторних датчиків діаметром 3 мм кожний [13], розміщених на відстанях 0; 3,2; 6,5; 9,5; 12,5; 15,5; 18,7; 21,5; 25; 28,2 і 32,2 мм від центру. Середня ємність датчиків відносно основних електродів становила 135,2 пФ. Їх наявність також може бути однією із причин появи „супутників” праворуч від мод $L2$ та $L6$.

ТАБЛИЦЯ 4. ЗАРЕЄСТРОВАНІ МОДИ КОЛИВАНЬ, ХАРАКТЕРНІ ЧАСТОТИ І КВАДРАТИ ДИНАМІЧНИХ КЕМЗ П’ЄЗОКЕРАМІЧНИХ ПРИЗМ ІЗ ДВОСТОРОННІМИ РОЗРІЗАМИ ЕЛЕКТРОДНОГО ПОКРИТТЯ

Схема	f	$L1$	$L2$	$L2^*$	$L3$	$L5$	$L6$	$L6^*$
2.1	f_m	25,744			76,022	124,432		
	f_n	26,363			76,242	124,668		
	k_d^2	0,047			0,0064	0,0026		
2.2	f_m	25,735	51,071	53,172			146,057	148,219
	f_n	25,795	52,092	53,244			146,910	148,811
	k_d^2	0,0047	0,0392	0,0027			0,0116	0,0021
2.3	f_m	25,741	51,047	53,029	75,941	124,119	146,150	
	f_n	26,033	51,686	53,275	76,312	124,606	148,836	
	k_d^2	0,0224	0,0246	0,0092	0,0097	0,0078	0,0093	
3.1	f_m	26,268			77,639	127,067		
	f_n	27,097			77,899	127,336		
	k_d^2	0,061			0,0067	0,0041		
3.2	f_m				77,459			
	f_n				79,439			
	k_d^2				0,051			
1.1	f_m	25,623			75,731	123,863		
	f_n	26,398			76,013	124,028		
	k_d^2	0,059			0,0074	0,0026		

ТАБЛИЦЯ 5. АДМІТАНСИ І КВАДРАТИ ВІДНОСНИХ ДИНАМІЧНИХ КЕМЗ П’ЄЗОКЕРАМІЧНИХ ПРИЗМ ІЗ ДВОСТОРОННІМИ РОЗРІЗАМИ ЕЛЕКТРОДНОГО ПОКРИТТЯ

Схема	Y, k^*	$L1$	$L2$	$L2^*$	$L3$	$L5$	$L6$	$L6^*$
	Y_m	5,49			2,11	1,434		



2.1	Y_n	0,033			0,179	0,78		
	k^*	1,0			0,135	0,055		
2.2	Y_m	0,273	0,21	0,426			2,20	1,32
	Y_n	0,206	0,053	0,074			0,923	1,15
	k^*	0,1	0,834	0,057			0,246	0,172
2.3	Y_m	1,885	3,59	0,222	0,739	0,767	1,15	
	Y_n	0,035	0,039	0,156	0,251	0,571	0,59	
	k^*	0,476	0,523	0,196	0,206	0,166	0,197	
3.1	Y_m	7,81			3,32	1,86		
	Y_n	0,033			0,124	0,60		
	k^*	1,0			0,11	0,066		
3.2	Y_m				8,65			
	Y_n				0,067			
	k^*				0,82			
1.1	Y_m	10,64			3,42	2,12		
	Y_n	0,034			0,119	0,61		
	k^*	1,0			0,126	0,044		

У випадку протифазного навантаження (рис.5, б) виділяються моди $L2$, $L6$, а праворуч від них з'являються їхні слабенькі „супутники” $L2^*$ і $L6^*$. При закорочуванні половини електродного покриття реєструються як „непарні”, так і „парні” моди коливань, окрім „парної” моди $L4$.

При двосторонньому розділенні електродного покриття призми на три однакові ділянки АЧХ спадів напруг вивчалися для двох режимів електричного навантаження – синфазного і протифазного. Рис. 6 ілюструє як отримані експериментальні (горішній ряд)

і розраховані за формулою (2) для мод $L1$ та $L3$ результати. Розрахункові й експериментальні криві добре узгоджуються.

Хоча описані вище три призми мали однакові розміри й були виготовлені одночасно, вони різнилися не лише власними статичними ємностями, а й квадратами поперечних КЕМЗ k_{31}^2 і механічними добротностями. Визначені за відомою формулою [1, 5]

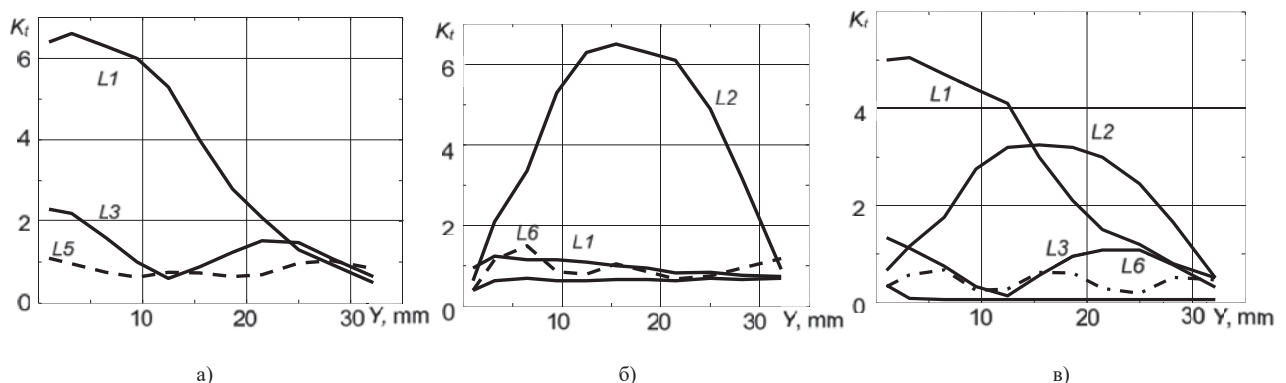


Рис. 4 Розподіли коефіцієнтів трансформації стрижня-призми $70,3 \times 8,1 \times 6,8 / 7,3$ мм із одним двостороннім розрізом електродного покриття для суцільних (а), протифазних (б) і закорочених (в) електродів [13]

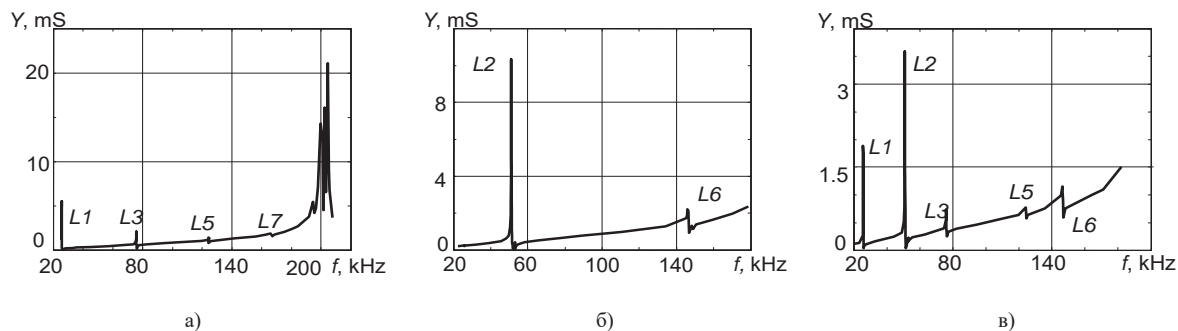


Рис. 5 АЧХ адмітансу призми із одним двостороннім розрізом електродного покриття при суцільних (а), протифазних (б) і закорочених (в) електродах [5]

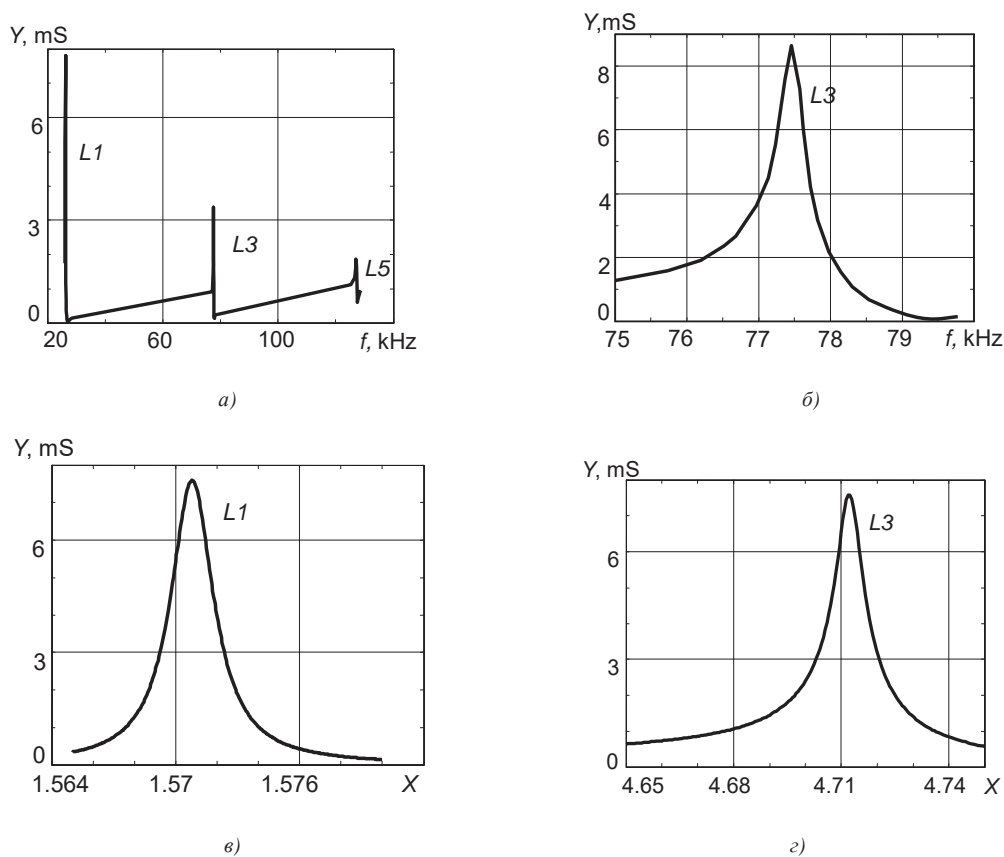


Рис. 6 АЧХ адмітансу призми з трьома однаковими по довжині електродами

$$\frac{k_{31}^2}{1 - k_{31}^2} = \frac{\pi f_n}{2 f_m} \operatorname{tg} \left(\frac{\pi f_n - f_m}{2 f_n} \right), \quad (5)$$

коефіцієнти становили 0,072 (призма із суцільними електродами), 0,074 (призма з двома розрізами при синфазному живленні) і 0,058 (призма із одним розрізом при синфазному живленні електродів). Механічні добротності Q_m визначалися за АЧХ адмітансу на рівні -3 дБ [2,15] і для тих же умов склали ряд: 962,5; 627 і 525,6. Цілком можливо, що зниження добротності в призмах із розрізами електродного покриття є наслідком саме впливу цього розділення.

Висновки

Завдяки розділенню електродів на кілька ділянок з наступним неоднорідним навантаженням можна як „підсилувати” окремі обертони, так і „гасити” небажані резонанси, включаючи основну моду коливаний. Робити так можна лише до тих пір, поки вибраний для „підсилення” обертон не стане „маскуватися” більш інтенсивними поперечними і/або товщинними резонансами.

У високо добротних перетворювачах наявність вузьких розрізів електродного покриття і вільних електродних ділянок, таких як п’єзотрансформаторні датчики приміром, може призвести не тільки до зниження механічної добротності й зростання втрат, а й до появи слабших чи сильніших „супутників”,

особливо помітних біля „парних” мод, яких у випадку суцільних електродів взагалі неможливо збудити.

Одномірна стрижнева модель, як показано в цій статті, добре описує початкову ділянку спектру коливань при суцільних і розділених електродах навіть таких конструктивних елементів із п'єзокераміки, як довгі призми із трапецієподібним поперечним перетином.

Співвідношення максимумів механічних напружень мод $L1 - L5$, як чисел 1:3:5, на розрахункових і експериментальних кривих для синфазних і „закорочених” електродів помічене в цій статті вперше.

Інтенсивні високочастотні резонанси вимагають додаткових аналітичних і експериментальних досліджень.

ЛІТЕРАТУРА

- [1] N. A. Shul'ga; A. M. Bolkisev, *Kolebaniya pyeoelektricheskikh tel* [Vibrations of Piezoelectric Bodies], Kiev: Naukova dumka, 1990, p. 228. ISBN 5-12-001331-7
- [2] M. O. Shul'ga; V. L. Karlash, *Rezonansni elektromehanichni kolyvannia piezoelektrychnykh plastyn* [Resonant electromechanic vibrations of piezoelectric plates], Kyiv: Naukova dumka, 2008, p. 272. ISBN 978-966-00-0696-62.
- [3] V. M. Sharapov; I. G. Minaev; Yu. Yu. Bondarenko; et al., *Pyeoelektricheskie preobrazovateli. Spravochnoe posobie* [Piezoelectric transducers. Handbook], Cherkassy: Cherkassy State Technology University Publisher, 2004, p. 435
- [4] V. L. Karlash; O. I. Bezverkhyi; L. P. Zinchuk, «Vymusheni elektropruzni kolyvannia piezokeramichnykh plastyn i stryzhniv iz rozdilenykh elektrodamy. Chastyna I: Analitichni spivvidnoshennia dlia koefitsiientiv zviazku i komponentiv povnoi providnosti [Forced electro-elastic vibrations of the piezoceramic plates and rods with divided electrodes. Part I: Analytical relations for coupling coefficients and admittance's components],» *Electronics and Communications*, vol. 22, no. 2(97), pp. 43-55, 2017.. DOI: [10.20535/2312-1807.2017.22.2.93918](https://doi.org/10.20535/2312-1807.2017.22.2.93918)
- [5] V. L. Karlash, "Effect of Split or Partial Electrodes on the Forced Vibrations of Bar-Type Piezoceramic Transducers," *International Applied Mechanics*, vol. 52, no. 5, pp. 535-546, 2016. DOI: [10.1007/s10778-016-0774-2](https://doi.org/10.1007/s10778-016-0774-2)
- [6] Jiří Erhart; Sebastian Tutu, "Effective electromechanical coupling for the partially electroded ceramic resonators of different geometries," *The Annals "Dunarea de Jos" University of Galati, Fascicle IX. Metallurgy and Material Science*, no. 2, pp. 7-16, 2015.
- URL: http://www.fascicula9.ugal.ro/uploads/pdf/A1_2_2015.pdf
- [7] V. L. Karlash, "Energy losses in piezoceramic resonators and its influence on vibrations' characteristics," *Electronics and communication*, vol. 19, no. 2(79), pp. 82-94, 2014.
- [8] V. L. Karlash, "Modeling of energy-loss piezoceramic resonators by electric equivalent networks with passive elements," *Mathematical modeling and computing*, vol. 1, no. 2, pp. 163-177, 2014.
- [9] V. L. Karlash, «Metody vyznachennia koefitsiientiv zviazku i vtrat energii pry kolyvanniakh rezonatoriv iz piezokeramiky [Methods of determination of coupling factors and energy losses at piezoceramics resonator's vibrations],» *Acoustic bulletin*, vol. 15, no. 4, pp. 24-38, 2012.
- [10] V. L. Karlash, «Analiz metodiv vyznachennia viazkopruznykh koefitsiientiv piezokeramichnykh rezonatoriv [Analysis of the methods of determination of the viscoelastic coefficients of piezoceramic resonators],» *Mathematical Methods and Physicomechanical Fields*, vol. 58, no. 3, pp. 97-111, 2015..
- [11] A. F. Ulitko, «K teorii elektromehaničeskogo preobrazovatelia energii v neravnomerno deformiruemyykh pyezokeramicheskikh telakh [On the theory of the electro-mechanical energy transform in non-uniform deformed piezoceramic bodies],» *Prikladnaya mekhanika*, vol. 13, no. 10, pp. 115-123, 1977.
- [12] V. O. Andrushchenko; O. V. Boryseyko; D. S. Nemchenko; I. A. Ulitko, «Eksperymentalne vyvchennia efektyvnosti peretvorennia enerhii na rezonansnykh kolyvanniakh piezokeramichnoho sterzhnia z rozriznymy elektrodamy pry kerovanomu elektrychnomu zbudzhenni [Experimental investigation of the energy transducing affectivity at piezoceramic bar with divided electrodes and control electric exiting resonant vibrations],» in *Proc. Acoustic Symp. "Konsonans-2009"*, Kyiv, 2009.
- [13] V. L. Karlash, "Forced electromechanical vibrations of rectangular piezoceramic bars with sectionalized electrodes," *International Applied Mechanics*, vol. 49, no. 3, pp. 360-368, 2013. DOI: [10.1007/s10778-013-0574-x](https://doi.org/10.1007/s10778-013-0574-x)
- [14] B. Van der Veen, "The equivalent network of a piezoelectric crystal with divided electrodes," *Philips Research Reports*, vol. 11, pp. 66-79, 1956.
- [15] O. I. Bezverkhyi; L. P. Zinchuk; V. L. Karlash, «Vplyv elektrichnogo navantazhennia na vymusheni kolyvannia poperechno poliarizovanykh piezokeramichnykh sterzhniv [Effect of the electrical loading on forced vibrations of transversely polarized piezoceramic bars],» *Electronics and Communications*, vol. 20, no. 4(87), pp. 77-88, 2015. DOI: [10.20535/2312-1807.2015.20.4.6991](https://doi.org/10.20535/2312-1807.2015.20.4.6991)

Надійшла до редакції 20 травня 2016 р.



УДК 539.3: 537.226.86: 534.1

Вынужденные электроупругие колебания пьезокерамических пластин и стержней с разделенными электродами.

Часть II: аналитическое и экспериментальное определение коэффициентов связи и компонент полной проводимости

Карлаш В. Л., д.т.н., OrcID [0000-0001-7491-1729](https://orcid.org/0000-0001-7491-1729)

e-mail: karlashv@ukr.net

Безверхий А. И., д.ф.-м.н., OrcID [0000-0002-0834-6335](https://orcid.org/0000-0002-0834-6335)

e-mail: o_bezver@ukr.net

Зинчук Л. П., к.ф.-м.н., OrcID [0000-0003-4615-9837](https://orcid.org/0000-0003-4615-9837)

e-mail: zinchuk_imech@ukr.net

Институт механики им. С.П.Тимошенко НАН Украины
Киев, Украина

Реферат—Статья посвящена анализу вынужденных колебаний неравномерно нагруженных преобразователей, таких как пластины и стержни с толщинной поляризацией при одном либо двух двусторонних разрезах электродного покрытия, тонкие диски и круговые кольца со сплошными и разделенными концентрическими или диаметральными разрезами электродами, а также частично электродированных пластин. Во второй части приведены экспериментальные данные для продольных колебаний стержнем с разделенными либо частичными электродами.

Экспериментальные данные полностью согласуются с расчетами.

Библ. 15, рис. 6

Ключевые слова — пьезокерамические пластины; разделенные электроды; неравномерное электрическое нагружение; входной адмиттанс

UDC 539.3: 537.226.86: 534.1

Forced electro-elastic vibrations of the piezoceramic plates and rods with divided electrodes.

Part II: analytical and experimental determination of the coupling coefficients and admittance's components

V. L. Karlash, Dr.Sc. (Eng.), ORCID [0000-0001-7491-1729](https://orcid.org/0000-0001-7491-1729),

e-mail: karlashv@ukr.net

O. I. Bezverkhyi, Dr.Sc. (Phys.-Math.), ORCID [0000-0002-0834-6335](https://orcid.org/0000-0002-0834-6335),

e-mail: o_bezver@ukr.net

L. P. Zinchuk, PhD, ORCID [0000-0003-4615-9837](https://orcid.org/0000-0003-4615-9837),

e-mail: zinchuk_imech@ukr.net

S. P. Timoshenko Institute of Mechanics, The National Academy of Sciences of Ukraine
Kyiv, Ukraine



Abstract—This article analyses the forced vibrations of the non-uniform loaded piezoceramic transducers, such as plates and rods with thickness polarization and one or two bilateral electrode coating divisions, thin disks and circular rings with full or concentric and diameter divided electrodes, as well as partly electroded plates.

Piezoceramic constructive elements, while performing similar or better than electromagnetic ones, are more suitable for miniaturization's purpose. Vibrations of piezoceramic constructive elements are characterized by great electromechanical coupling between electric fields and elastic displacements or stresses. The internal physical processes nature in such bodies drives to the fact that mechanical displacements, strains and stresses, sample admittance, impedance or instantaneous power have both real and imaginary parts.

Piezoelectric bars with transversal polarization became already „touchstone” in many experimental researches because their vibrations are described simple mathematical formulas, and the first overtone lies far on frequency from fundamental.

The analytical relations for thin piezoceramic discs' with partial electrodes radial vibrations and for rods' with no uniform electric loading longitudinal vibrations are represented in a first part. The experimental data for rods with divided or partial electrodes are represented in a second part. It was established that one-dimensional rod model describes the beginning part of the rod's vibration spectrum well. The stresses maxima for L1 – L5 modes of the in-phase loaded and shorted electrodes are related as digits 1:3:5. In shorted part electrodes case may be excited not only odd but even longitudinal modes, which are absent for full electrodes. The intensive high-frequency resonances need the additional analytic and experimental investigations.

Experiment data agree with calculation well.

Ref. 15, fig. 6

Keywords — *piezoceramic plates; divided electrodes; non-uniform electric load; input admittance*