

Електронні системи

УДК 621.314

Ромашко В. Я., д.т.н., OrcID [0000-0002-5429-7685](https://orcid.org/0000-0002-5429-7685)

e-mail romashkovja1949@gmail.com

Батрак Л. М., к.т.н. OrcID [0000-0001-9327-6863](https://orcid.org/0000-0001-9327-6863)

e-mail batrakln5@gmail.com

Національний технічний університет України

„Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського”

ВИЗНАЧЕННЯ СТАЛИХ ІНТЕГРУВАННЯ ПРИ РОЗРАХУНКУ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ В ПЕРЕТВОРЮВАЧАХ

Проаналізовано вимоги, що ставляться до методів розрахунку перехідних процесів в перетворювачах, які можуть бути використані при побудові їх систем керування. Відзначено, що однією з головних вимог при керуванні перетворювачем в режимі реального часу, а також упереджувального керування, є можливість експериментального визначення основних параметрів, що входять в розрахункові формули. Вказано недоліки класичного методу розрахунку перехідних процесів, пов'язані з недостатньо формалізованою процедурою визначення сталих інтегрування. Проаналізовано фізичний смисл сталих інтегрування і на основі проведеного аналізу запропоновано формалізовану процедуру їх визначення при використанні якої усі необхідні параметри можуть бути визначені експериментально, або попередньо розраховані.

Бібл. 10, рис. 1, табл. 1.

Ключові слова: *перехідний процес; сталі інтегрування; упереджувальне керування.*

Вступ. Найбільш поширеними пристроями силової електроніки є перетворювачі параметрів електричної енергії. Їх будують на базі силових керування ключів, що працюють в періодичному режимі. При кожній комутації ключів в перетворювачі виникає перехідний процес. Тому аналіз та моделювання процесів в перетворювачах пов'язані з розрахунком перехідних процесів. Для забезпечення керування перетворювачем в реальному масштабі часу, а також упереджувального керування необхідно застосовувати швидкодіючі методи розрахунку перехідних процесів [6, 7]. При чисельних методах розрахунку крок чисельного інтегрування Δt обирається з умов забезпечення стійкості і необхідної точності розв'язку [7, 8]. Тому його значення повинні бути значно меншими, ніж необхідний часовий інтервал між сусідніми значеннями змінних стану Δt , що необхідний для моделювання процесів в перетворювачі та його керування. Зважаючи на це чисельний розрахунок перехідних процесів, пов'язаний з трудомісткими та надлишковими розрахунками [9, 10].

При використанні аналітичних методів величина кроку Δt може бути довільною, що зменшує трудомісткість розрахунків на кілька порядків.

Найпоширенішим аналітичним методом розрахунку перехідних процесів є класичний [1]. Головною складністю при його застосуванні є необхідність визначення сталих інтегрування при кожному переході від інтервалу до інтервалу. Їх визначення зводиться до рішення системи алгебраїчних рівнянь коефіцієнтами в якій є певні *фізичні* параметри елементів електричного кола (початкові умови змінних стану, а також їх значення у вимушеному режимі), а також *математичні* величини (похідні змінних стану у момент комутації). Якщо фізичні параметри електричного кола можуть бути визначені експериментально у процесі керування перетворювачем, експериментальне визначення похідних у момент комутації пов'язане зі значними складнощами, а точність їх визначення у багатьох випадках є незадовільною. Це обмежує застосування класичного методу при керуванні перетворювачами [2].

Розглянемо методику визначення сталих інтегрування при застосуванні якої використовуються лише фізичні параметри електричного кола, які у момент комутації можуть бути визна-



чені експериментально, або розраховані аналітично. Для цього більш детально проаналізуємо фізичний зміст сталих інтегрування.

Основна частина. Найчастіше перехідні процеси в електричному колі виникають внаслідок комутації. Розглянемо на найпростішому прикладі більш детально процеси в електричному колі, що утворилося після комутації (рис. 1).

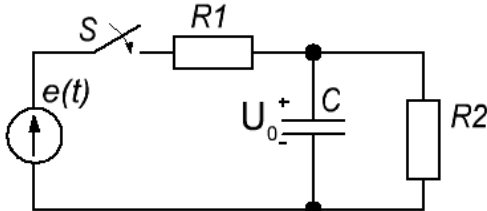


Рис. 1. Електричне коло після комутації

Відповідно до II-го закону Кірхгофа

$$u_1(t) + u_C(t) = e(t).$$

Якщо виразити напругу $u_1(t)$ через напругу $u_C(t)$ одержимо неоднорідне диференціальне рівняння,

$$CR_1 \frac{du_C}{dt} + u_C \left(\frac{R_1 + R_2}{R_2} \right) = e(t), \quad (1)$$

яке фактично є іншою формою запису закону Кірхгофа (1). В наведених рівняннях відсутня інформація про момент комутації. Тому, обидва ці рівняння є дійсними для кола при замкненому ключі S в будь-який момент часу, в тому числі і при $t < 0$, а їх рішення визначатиме вимушений режим роботи електричного кола, тобто такий режим, який існував би в колі, якщо б до нього джерело напруги $e(t)$ було підключено задовго до моменту $t = 0$. В цьому разі у момент $t = 0$ на ємності C була б напруга $u_{C\text{вм}}(0)$.

Однак у колі, що аналізуємо, комутація відбулась у момент часу $t = 0$, починаючи з якого процеси у колі описуватимуться тими самими рівняннями (1) та (2). У моменти комутації для будь-якого електричного кола крім законів Кірхгофа повинні також виконуватися закони комутації [1], тобто $u_C(0) = U_0$. Якщо $U_0 \neq u_{C\text{вм}}(0)$, це означатиме, що у момент комутації рішення неоднорідного рівняння (1), (2) не забезпечує виконання закону Кірхгофа в електричному колі. Отже реальний (перехідний) процес в електричному колі після комутації не співпадатиме з вимушеною складовою. Очевидно, що повинна існувати ще одна складова, яка в сумі з вимушеною описуватиме реальний процес в електричному колі, для якого в будь-який момент часу після комутації виконуватиметься закон Кірхгофа. Ця скла-

дова може бути визначена як різниця між реальним (перехідним) процесом та його вимушеною складовою

$$\begin{cases} u_1 + u_C = e(t); \\ \frac{u_{1\text{вм}} + u_{C\text{вм}} = e(t);}{u_{1\text{вл}} + u_{C\text{вл}} = 0.} \end{cases} \quad (7)$$

Відповідно до (3) ця складова (вільна) може бути визначена з рішення однорідного рівняння, тобто при відсутності в колі зовнішнього джерела енергії $e(t)$. Початкове значення вільної складової у момент комутації

$$u_{C\text{вл}}(0) = u_C(0) - u_{C\text{вм}}(0) = U_0 - u_{C\text{вм}}(0) \quad (8)$$

Якщо у момент комутації реальна напруга на ємності U_0 відрізняється від тієї напруги, яка була б на ній у вимушеному режимі $u_{C\text{вм}}(0)$, для забезпечення виконання законів Кірхгофа в будь-який момент часу після комутації, реальний (перехідний) процес описується алгебраїчною сумою вимушеної та вільної складових. При цьому роль вільної складової полягає у плавному переведенні електричного кола від реального початкового стану до вимушеного режиму.

Розробка загальної методики. У загальному випадку вільна складова в електричних колах n -го порядку являє собою алгебраїчну суму n експоненціальних складових з різними коефіцієнтами затухання (коренями характеристичного рівняння p_k) і різними початковими значеннями (сталими інтегрування A_k)

$$u_{C\text{квн}}(t) = A_1 \cdot e^{p_1 t} + A_2 \cdot e^{p_2 t} + \dots + A_n \cdot e^{p_n t}. \quad (9)$$

Тому, відповідно до (3), початкове значення вільної складової

$$u_{C\text{квн}}(0) = A_1 + A_2 + \dots + A_n = U_0 - u_{C\text{вм}}(0), \quad (10)$$

тобто алгебраїчна сума сталих інтегрування вільної складової чисельно дорівнює різниці реальної напруги на ємності у момент комутації, і тієї напруги, яка мала б бути на ній у цей момент часу у вимушеному режимі. У випадку кратних коренів характеристичного рівняння з кратністю q , вільна складова

$$u_{C\text{квн}}(t) = (A_0 + A_1 t + A_2 t^2 + \dots + A_{q-1} t^{q-1}) e^{p_k t} \quad (11)$$

Отже, відповідно до (3), її початкове значення

$$u_{C\text{квн}}(0) = A_0 = U_0 - u_{C\text{вм}}(0). \quad (12)$$

Характер зміни вільної складової на усіх елементах електричного кола є однаковим [1]. Так, наприклад, для електричного кола 2-го порядку, що містить дві ємності, вільна складова напруги на цих ємностях

$$\begin{cases} u_{C_1\text{вл}}(t) = A_1 \cdot e^{p_1 t} + A_2 \cdot e^{p_2 t}; \\ u_{C_2\text{вл}}(t) = B_1 \cdot e^{p_1 t} + B_2 \cdot e^{p_2 t}, \end{cases} \quad (13)$$

причому відповідно до (6)

$$\begin{cases} A_1 + A_2 = U_{01} - u_{C_1\text{ем}}(0); \\ B_1 + B_2 = U_{02} - u_{C_2\text{ем}}(0). \end{cases} \quad (14)$$

Для вільної складової (3), як і для вимушеної, повинен виконуватися закон Кірхгофа [1]. Отже, він повинен також виконуватися і для кожної експоненційної складової окремо. При цьому відношення сталих інтегрування при відповідних складових на елементах електричного кола є величиною сталою

$$\begin{cases} \frac{u_{C_2(1)}(t)}{u_{C_1(1)}(t)} = \frac{B_1 e^{p_1 t}}{A_1 e^{p_1 t}} = \frac{B_1}{A_1} = K_{21}^U(p_1); \\ \frac{u_{C_2(2)}(t)}{u_{C_1(2)}(t)} = \frac{B_2 e^{p_2 t}}{A_2 e^{p_2 t}} = \frac{B_2}{A_2} = K_{21}^U(p_2), \end{cases} \quad (15)$$

де $K_{21}^U(p_k)$ - коефіцієнт передавання напруги від ємності C_1 до ємності C_2 для відповідної експоненційної складової, який залежить лише від схеми електричного ланцюга та параметрів його елементів, а також частоти власних коливань електричного кола p_k [3].

Оскільки частоти власних коливань співпадають з коренями характеристичного рівняння, очевидно, що корені характеристичного рівняння p_k , це такі частоти власних коливань електричного кола, для яких у ньому виконуються закони Кірхгофа. Дійсно, для електричного кола, що складається з послідовно з'єднаних елементів Z_1 , Z_2 та Z_3 , відповідно до II закону Кірхгофа можемо записати

$$U_1(p) + U_2(p) + U_3(p) = 0, \quad (16)$$

або

$$I(p)[Z_1(p) + Z_2(p) + Z_3(p)] = 0. \quad (17)$$

Отже, частоти власних коливань електричного кола p_k , для яких у ньому виконуватиметься закон Кірхгофа, можуть бути визначені шляхом рішення рівняння

$$Z_1(p) + Z_2(p) + Z_3(p) = 0. \quad (18)$$

Відоме правило визначення коренів характеристичного рівняння [4], яке полягає у прирівнюванні нулю вхідного опору електричного кола відносно будь-якої з точок його розриву, фактично є умовою виконання II-го закону Кірхгофа для цього кола. Оскільки для будь-якого кола одночасно виконуються обидва закони Кірхгофа, корені

характеристичного рівняння можуть бути визначені прирівнюванням нулю суми провідностей електричного кола відносно будь-яких двох його вузлів.

Таким чином, визначення сталих інтегрування при змінних стану в електричному ланцюзі n -го порядку може бути зведене до рішення системи n^2 алгебраїчних рівнянь виду (10) та (11), коефіцієнтами в якій є фізичні параметри електричного кола та режиму його роботи:

- початкові умови змінних стану;
- чисельні значення їх вимушеної складової у момент комутації
- відповідні вторинні параметри електричного кола, розраховані для кожної з частот його власних коливань.

При використанні класичного математичного підходу ця задача також зводиться до рішення системи n^2 алгебраїчних рівнянь. Однак коефіцієнтами в цій системі крім фізичних параметрів електричного кола (початкові умови та вимушена складова у момент комутації) є також математичні величини (відповідні похідні цих параметрів) [1]. Для їх визначення необхідно мати диференціальне рівняння електричного кола, а також відповідні похідні цього рівняння, які розглядаються у момент комутації $t = 0$, що суттєво ускладнює вирішення поставленої задачі. Використання запропонованого підходу спрощує її вирішення, оскільки відповідні вторинні параметри електричного кола (коефіцієнти передавання напруги) можуть бути визначені відомими методами, зокрема за допомогою матриць опорів або провідностей електричного кола [3]. При цьому не обов'язково мати диференціальне рівняння електричного кола. В багатьох випадках можна отримати загальні формули для визначення сталих інтегрування.

Приклад застосування розробленої методики. Наприклад, для електричного ланцюга 2-го порядку, що містить дві ємності C_1 та C_2 система алгебраїчних рівнянь для визначення сталих інтегрування A_1 , A_2 , B_1 , B_2 з урахуванням (10) і (11) має наступний вигляд

$$\begin{cases} A_1 + A_2 = [U_{01} - u_{1\text{ем}}(0)]; \\ B_1 + B_2 = [U_{02} - u_{2\text{ем}}(0)]; \\ B_1 = K_1 A_1; \\ B_2 = K_2 A_2, \end{cases} \quad (19)$$

де $K_1 = K_{21}^U(p_1)$; $K_2 = K_{21}^U(p_2)$; - коефіцієнти передавання напруги від ємності C_1 до C_2 на частотах власних коливань p_1 та p_2 відповідно.

Підставляючи третє та четверте рівняння в друге, одержимо систему з двох рівнянь з невідомими A_1 та A_2 , з якої визначаємо сталі інтегрування A_1 та A_2

$$A_1 = \frac{[U_{02} - u_{\epsilon M_2}(0)] - K_2 [U_{01} - u_{\epsilon M_1}(0)]}{K_1 - K_2}; \quad (20)$$

$$A_2 = \frac{K_1 [U_{01} - u_{\epsilon M_1}(0)] - [U_{02} - u_{\epsilon M_2}(0)]}{K_1 - K_2}; \quad (21)$$

Після визначення сталих інтегрування A_1 та A_2 , сталі інтегрування B_1 та B_2 визначаємо з третього та четвертого рівняння системи (15). Одержані формули дають можливість визначати чисельні значення сталих інтегрування, використовуючи відомі фізичні параметри електричного кола у момент комутації. В той же час вони дають можливість якісно проаналізувати особливості протікання перехідного процесу та його окремі випадки.

Формули (16), (17) визначають сталі інтегрування у найбільш загальному випадку, коли в колі присутня зовнішня дія, а початкові умови в реактивних елементах є ненульовими. У випадку нульових початкових умов, для визначення

сталих інтегрування, в цих формулах U_{01} та U_{02} необхідно прирівняти до нуля. У вільному режимі роботи електричного кола, коли зовнішня дія відсутня, в одержаних формулах необхідно прирівняти до нуля вимушену складову $U_{\epsilon M_1}(0)$ та $U_{\epsilon M_2}(0)$.

При розрахунку перехідних процесів методом функцій вільного режиму [5] для описання вільної складової використовують функції вільного режиму (ФВР) електричного кола. Ці функції описують вільний режим в реактивних елементах електричного кола при *почерговому* задаванні *одиночних* початкових умов в *кожному* реактивному елементі. Очевидно, що загальний вигляд цих функцій співпадатиме з описанням вільної складової (9). В залежності від початкових умов, що задаються, сталі інтегрування A_1 , A_2 , B_1 та B_2 прийматимуть відповідні значення. Враховуючи, що для електричного ланцюга з двома реактивними елементами існують чотири ФВР, *почергово* задаючи *одиночну* напругу на кожній з ємностей з (16), (17) одержимо формули для визначення коефіцієнтів при експоненційних складових в ФВР. Ці коефіцієнти (сталі інтегрування) наведено в табл. 1.

Таблиця 1.

Початкові умови	ФВР	A_1	A_2	B_1	B_2
$U_{01} = 1$	$f_{C_1 C_1}$	$-\frac{k_2}{k_1 - k_2}$	$\frac{k_1}{k_1 - k_2}$		
$U_{02} = 0$	$f_{C_2 C_1}$			$-\frac{k_1 k_2}{k_1 - k_2}$	$\frac{k_1 k_2}{k_1 - k_2}$
$U_{01} = 0$	$f_{C_1 C_2}$	$\frac{1}{k_1 - k_2}$	$-\frac{1}{k_1 - k_2}$		
$U_{02} = 1$	$f_{C_2 C_2}$			$\frac{k_1}{k_1 - k_2}$	$-\frac{k_2}{k_1 - k_2}$

Таким чином, коефіцієнти при експоненційних складових в ФВР не залежать від зовнішньої дії і початкових умов. Вони визначаються схемою електричного ланцюга та параметрами його елементів, точніше *вторинними* параметрами електричного кола. Для кола, що містить ємнісні елементи, таким вторинним параметром є коефіцієнт передавання напруги k_U від ємності до ємності. Для кола, що містить індуктивні елементи – коефіцієнт передавання струму k_I від індуктивно-

сті до індуктивності. Для кола, що містить як індуктивні, так і ємнісні елементи, при складанні системи рівнянь виду (15) як вторинні параметри можуть бути використані опір передавання $Z_{\text{пер}}$ від індуктивності до ємності, або провідність передавання $Y_{\text{пер}}$ від ємності до індуктивності.

Відомо, що при певному співвідношенні фізичних параметрів електричного кола у момент комутації, перехідний процес може бути відсутній.

Також можливі випадки, коли вільна складова міститиме власні коливання лише однієї з частот p_1 або p_2 . Проаналізуємо ці випадки.

$$1. \text{ Якщо } [U_{01} - u_{em1}(0)] = 0;$$

$$[U_{02} - u_{em2}(0)] = 0, \text{ то } A_1 = A_2 = B_1 = B_2 = 0.$$

Отже, вільна складова буде відсутня і після комутації одразу настає вимушений режим.

$$2. \text{ Якщо } [U_{02} - u_{em2}(0)] =$$

$$= K_1 [U_{01} - u_{em1}(0)], \text{ то } A_2 = B_2 = 0. \text{ Отже вільна}$$

складова міститиме лише коливання з частотою p_1 .

$$3. \text{ Якщо } [U_{02} - u_{em2}(0)] =$$

$$= K_2 [U_{01} - u_{em1}(0)], \text{ то } A_1 = B_1 = 0. \text{ Отже, вільна}$$

складова міститиме лише коливання з частотою p_2 .

Висновки. 1. Сталі інтегрування є функцією від зовнішньої дії, початкових умов в реактивних елементах електричного кола, а також його вторинних параметрів.

2. У загальному випадку вторинні параметри електричного кола є функцією комплексної частоти p . При визначенні сталих інтегрування вторинні параметри електричного кола необхідно розраховувати для частот його власних коливань.

3. Частоти власних коливань електричного кола можуть приймати лише певні значення, а саме такі, для яких в колі виконуватимуться закони Кірхгофа.

4. При використанні запропонованої формалізованої процедури визначення сталих інтегрування усі необхідні для розрахунків параметри можуть бути визначені експериментально у процесі керування перетворювачем, або попередньо розраховані.

Надійшла до редакції 28 лютого 2017 р.

УДК 621.314

Ромашко В. Я., д.т.н., OrCID [0000-0002-5429-7685](https://orcid.org/0000-0002-5429-7685)

e-mail for_authors@elc.kpi.ua

Батрак Л. М., к.т.н. OrCID [0000-0001-9327-6863](https://orcid.org/0000-0001-9327-6863)

e-mail batrakln5@gmail.com

Национальный технический университет Украины

«Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского»

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОСТОЯННЫХ ИНТЕГРИРОВАНИЯ ПРИ РАСЧЕТЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯХ

Проанализированы требования, предъявляемые к методам расчета переходных процессов в преобразователях, которые могут быть использованы при построении их систем управления. Отмечено, что одним из основных требований при управлении преобразователем в режиме реального времени, а также упреждающего управления, является возможность экспериментального определения основных параметров, входящих в расчетные формулы. Указаны недостатки классического метода расчета переходных процессов, связанные с недостаточно формализованной процедурой определения постоянных интегрирования. Проанализирован физический смысл постоянных интегрирования и на основе проведенного анализа предложена формализованная процедура их определения, при использовании которой, все необходимые параметры могут быть определены экспериментально или предварительно рассчитаны.

Библ. 10, рис. 1, табл. 1.

Ключевые слова: переходный процесс; постоянные интегрирования; упреждающее управление.

UDC 621.314

V. Ya. Romashko, Dr.Sc. (Eng.), OrCID [0000-0002-5429-7685](https://orcid.org/0000-0002-5429-7685)

e-mail for_authors@elc.kpi.ua

L. M. Batrak, PhD, OrCID [0000-0001-9327-6863](https://orcid.org/0000-0001-9327-6863)



e-mail batrakln5@gmail.com

National technical university of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv polytechnic institute"

DETERMINATION OF THE CONSTANTS OF INTEGRATION WHEN THE CALCULATING THE TRANSIENT PROCESSES IN CONVERTERS

Requirements, presented to the methods of calculating the transient in converters, that can be used for the elaboration of their control systems are analyzed. It is noted that one of the basic requirements for the control of the converter in real time, as well as predictive control, is the possibility of experimental determination of the main parameters included in the calculation formulas. Disadvantages of the classic method of calculation of transient processes connected with insufficient formalized procedure of determining the integration constants are shown. The physical sense meaning of the constants of integration is analyzed. It is shown that the integration constants depend on the external action, the initial conditions in the reactive elements, and also on the secondary parameters of the electric circuit calculated for the frequencies of its own oscillations. On the basis of the analysis, a formalized procedure for compiling a system of equations to determine the integration constants, all the coefficients for which can be determined experimentally or preliminarily calculated, is proposed. As an example, formulas for determining the integration constants for a second-order circuit are given and various individual cases of its application are analyzed.

Ref. 10, Fig. 1, Table. 1.

Key words: transient process; constants of integration; predictive control.

References:

- [1]. L. A Bessonov. *Teoretycheskiye osnovy élektrotekhnyky. Élektrycheskiye tsepy* [The theory of Electrical Engineering. Electrical circuits: a textbook]. Moskow: Gardariki, 2007.
- [2]. Verbytskyi Ye. *Systemy uperedzhuval'noho keruvannya impul'snymy peretvoryuchamy*, [Predictive control systems in DC-DC converters], *Tekhnichna elektrodynamica*. Kyiv. 2012, no. 3. Pp. 123-124.
- [3]. Sigorsky V. P., Petrenko A. *Osnovy teorii elektronnykh skhem* [Fundamentals of the theory of electronic circuits]. Kyiv: Vyshcha Shkola, 1971.
- [4]. Shebes M.R, Kablukova M.B. *Zadachnyk po teoryi lyneynykh élektrycheskykh tsepey*, [Tasks on the theory of linear electric circuits. - M.: Vysshaya Shkola, 1990. 544 p.
- [5]. Zhuikov V. Ja., Romashko V. Ja. *Perekhidni protsesy: navchal'nyy posibnyk* [Transient processes: textbook.] - Kyiv: NTUU "KPI". 2010. 184 p.
- [6]. A. G. Beccuti, G. Papafotiou, R. Frasca and M. Morari, Explicit Hybrid Model Predictive Control of the dc-dc Boost Converter, in *Proc. IEEE PESC*, pp. 2503 – 2509, 2007.
DOI: [10.1109/PESC.2007.4342407](https://doi.org/10.1109/PESC.2007.4342407)
- [7]. S. Y. Chae, B.C. Hyun, P. Agarwal, W.S. Kim, B.H. Cho, "Digital predictive feed-forward controller for a dc-dc converter in PDP", in *Proc. IEEE APEC 2007*, pp. 894-898.
DOI: [10.1109/APEX.2007.357621](https://doi.org/10.1109/APEX.2007.357621)
- [8]. De Keyser, R. M. C. "A Gentle Introduction to Model Based Predictive Control". in *European Union EC-ALFA-PADI 2 Int. Conference on "Control Engineering and Signal Processing"*, Piura, 1998.
- [9]. Soeterboek, A. R. M., Verbruggen, H. B., Van den Bosch P. P. J. and M. Bulter "On the unifications of predictive control algorithms". *Proc. Of the 29 th IEEE Conference on Decision and Control*, 1990.
- [10]. Sommer, S. "Model-based predictive control methods based on non-linear and bilinear parametric system descriptions" in *Advances in Model-Based Predictive Control* (C.R. Clark, Ed., Oxford University Press, Oxford), 1994, pp. 192 - 204.

